Curso de Física Estatística

1^a Lista - 2^0 semestre 2015

Prof. Anna Chame

Capítulo 1 do Reif ou 1 Salinas

- Reif 1.1 (prob 1.1 Salinas). Qual é a probabilidade de fazer pelo menos seis pontos numa jogada de três dados ?

- Reif 1.2 Considere um jogo em que seis dados são jogados. Encontre a probabilidade de obter

  a) exatamente um dos dados com a face seis para cima.

  b) ao menos um dos dados com a face seis para cima.

  c) exatamente dois dados com a face seis para cima.

- Reif 1.5. No macabro jogo de roleta russa (absolutamente não recomendado), insere-se uma única bala no tambor de um revólver, deixando as outras cinco câmaras do tambor vazias. Roda-se o tambor, mira-se na própria cabeça e puxa-se o gatilho.

  a) qual é a probabilidade de ainda estar vivo depois de jogar este jogo N vezes ?

  b) qual é a probabilidade de sobreviver (N-1) vezes nesse jogo e depois ser morto na N-ésima vez que se puxa o gatilho?

- Reif 1.4. Um bêbado começa a caminhar a partir de um poste no meio de uma rua, dando passos de igual comprimento para a direita ou para a esquerda com igual probabilidade. Qual é a probabilidade de que o homem vá estar de novo no poste depois de N passos

  a) se N é par?

  b) se N é ímpar ?

- Reif 1.6 Considere uma caminhada aleatória em 1-d onde $p = q$ e $m = n_1 - n_2$ denota o deslocamento efetivo para a direita. Depois de N passos, calcule os seguintes valores médios : $< m >$, $< m^2 >$, $\sqrt{(< m^2 > - < m >^2)}$ e $< m^3 >$.

- Reif 1.16. Considere um gás de N_0 moléculas não-interagentes dentro de um volume V_0. Focalize a atenção em qualquer subvolume V deste recipiente e denote por N o número de moléculas localizadas neste subvolume. Cada molécula tem igual probabilidade de estar localizada em qualquer lugar dentro do recipiente, então a probabilidade de que uma dada molécula esteja localizada no subvolume V é simplesmente $p = V/V_0$.

  (a) Qual é a probabilidade de ter N moléculas dentro do subvolume V e $N_0 - N$ fora dele ?

  b) Qual é o número médio $< N >$ de moléculas no subvolume V ?

  c) Qual é a dispersão $< (N- < N >)^2 >$?

- Reif 1.9 (prob 1.5 Salinas). Mostrou-se que a probabilidade $W_N(n)$ de que um evento caracterizado pela probabilidade p ocorra n vezes em N tentativas é dada pela distribuição binomial

  $$W_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}$$

  Considere a situação onde a probabilidade p seja pequena ($p << 1$) e onde estamos interessados no caso $n << N$ (Note que se N é grande, $W_N(n)$ se torna muito pequeno se $n \to N$, devido ao fator p^n, muito pequeno quando $p << 1$. Assim W(n) só será de fato apreciável quando $n << N$). Nesse caso, diversas aproximações podem ser feitas para reduzir a distribuição binomial a uma forma mais simples.

  a) Usando o resultado $ln(1-p) \approx -p$ mostre que $(1-p)^{N-n} \approx e^{-Np}$

  b) Mostre que $\frac{N!}{(N-n)!} \approx N^n$.

  c) Mostre que a distribuição binomial se reduz a

  $$W(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$$

  onde $\lambda = Np$ é o número médio de eventos. Esta é a distribuição de Poisson.

- Reif 1.11. Suponha que erros tipográficos cometidos por um digitador ocorram de modo completamente aleatório. Suponha que um livro de

600 páginas contenha 600 desses erros. Use a distribuição de Poisson para calcular a probabilidade

a) de que uma página não contenha erros.

b) de que uma página contenha ao menos 3 erros.

- Reif 1.12 Considere partículas alfa emitidas por uma fonte radioativa durante um intervalo de tempo t. Pode-se imaginar que esse intervalo de tempo seja subdividido em vários pequenos intervalos Δt. Como as partículas alfa são emitidas em instantes aleatórios, a probabilidade de que uma desintegração radioativa ocorra durante qualquer um destes intervalos Δt é completamente independente da ocorrência de desintegrações em outros intervalos de tempo. Além disso, Δt pode ser escolhido de tal modo pequeno que a probabilidade de mais de uma desintegração ocorrer em Δt seja desprezível. Isto significa que existe alguma probabilidade p de ocorrer uma desintegração durante um tempo Δt (com $p << 1$, já que Δt foi escolhido suficientemente pequeno) e probabilidade $1 - p$ de não haver desintegração durante este tempo. Cada um dos Δt pode então ser associado a uma tentativa independente, havendo um total de $N = t/\Delta t$ tentativas durante o tempo t.

  (a) Mostre que a probabilidade $W(n)$ de n desintegrações ocorrerem em um tempo t é dada pela distribuição de Poisson.

  (b) Suponha que uma determinada fonte apresente em média 24 desintegrações por minuto. Qual é a probabilidade de obter n desintegrações em um intervalo de 10 segundos ? Obtenha valores numéricos para $n = 0, 4$ e 8

- Reif 1.14 Uma moeda é lançada para o alto 400 vezes. Encontre a probabilidade de obter 215 caras (sugestão: use a aproximação Gaussiana).